**Nazwa przedmiotu:**

Rachunek prawdopodobieństwa

**Koordynator przedmiotu:**

prof. nzw. dr hab. Elżbieta Ferenstein

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Matematyka

**Grupa przedmiotów:**

**Kod przedmiotu:**

**Semestr nominalny:**

4 / rok ak. 2009/2010

**Liczba punktów ECTS:**

6

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 45h |
| Ćwiczenia:  | 45h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

 Przedmioty poprzedzające:
• Algebra liniowa z geometrią analityczną
• Algebra
• Analiza matematyczna I i II
• Analiza

**Limit liczby studentów:**

**Cel przedmiotu:**

Zapoznanie się z podstawami teoretycznymi rachunku prawdopodobieństwa, najważniejszymi pojęciami i podstawowymi twierdzeniami. Umiejętność samodzielnego rozwiązywania elementarnych problemów probabilistycznych.

**Treści kształcenia:**

Program wykładu:
• Zdarzenie elementarne. Przestrzeń zdarzeń elementarnych. Zdarzenia losowe i działania na zdarzeniach losowych. Prawdopodobieństwo zdarzenia losowego. Aksjomaty i własności prawdopodobieństwa. Przykłady: prawdopodobieństwo klasyczne, prawdopodobieństwo geometryczne. Prawdopodobieństwo warunkowe. Niezależność zdarzeń losowych. Prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa.
• Zmienne losowe dyskretne. Funkcja prawdopodobieństwa i dystrybuanta zmiennej losowej dyskretnej. Własności dystrybuanty. Funkcje zmiennej losowej dyskretnej. Momenty zwykłe i momenty centralne zmiennej losowej dyskretnej. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej dyskretnej. Charakterystyki położenia i rozproszenia zmiennej losowej dyskretnej. Przykłady dyskretnych rozkładów prawdopodobieństwa i ich charakterystyki: dwupunktowy, dwumianowy, Poissona, geometryczny, hipergeometryczny.
• Zmienne losowe ciągłe. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa i dystrybuanta zmiennej losowej ciągłej. Własności dystrybuanty. Funkcje zmiennej losowej ciągłej. Momenty zwykłe i momenty centralne zmiennej losowej ciągłej. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej ciągłej. Charakterystyki położenia i rozproszenia zmiennej losowej ciągłej. Przykłady ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa i ich charakterystyki: jednostajny, wykładniczy, normalny, gamma, lognormalny.
• Dwuwymiarowe zmienne losowe dyskretne. Funkcja prawdopodobieństwa i dystrybuanta. Niezależność zmiennych losowych dyskretnych. Rozkłady brzegowe i rozkłady warunkowe. Wartość oczekiwana funkcji pary zmiennych losowych dyskretnych. Kowariancja, i współczynnik korelacji. Macierz kowariancji.
• Dwuwymiarowe zmienne losowe ciągłe. Funkcja gęstości i dystrybuanta. Niezależność zmiennych losowych ciągłych. Rozkłady brzegowe i rozkłady warunkowe. Wartość oczekiwana funkcji pary zmiennych losowych ciągłych. Kowariancja, i współczynnik korelacji. Macierz kowariancji.
• Rozkłady warunkowe zmiennych losowych. Warunkowa wartość oczekiwana i jej własności.
• Wektory losowe. Wielowymiarowy rozkład normalny. Ciągi zmiennych losowych. Różne rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych.
• Twierdzenia graniczne. Prawa wielkich liczb. Centralne twierdzenie graniczne.

Program ćwiczeń:
Zadania rachunkowe ilustrujące kolejne wykłady.
• Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń z wykorzystaniem reguł kombinatoryki, własności prawdopdobieństwa, prawdopdobieństwa warunkowego, niezależności zdarzeń, wzoru Bayesa.
• Wyznaczanie dystrybuanty zmiennej losowej dyskretnej, funkcji prawdpodobienstwa i dystrybuanty funkcji zmiennej losowej dyskretnej, obliczanie wartości oczekiwanej, wariancji, obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń określonych przez zmienne losowe o rozkładach dwumianowych i Poissona.
• Gęstość i dystrybuanta zmiennej losowej ciągłej, wyznaczanie gęstości i dystrybuanty funkcji zmiennej losowej ciągłej, obliczanie prawdopodobieństw i parametrów liczbowych dla ciągłych zmiennych losowych, w szczególności zmiennych o rozkładach – jednostajnym, wykładniczym, normalnym, gamma, lognormalnym. Wyznaczanie kwantyli zmiennych losowych. Oszacowania prawdopodobieństw przy pomocy nierówności Czebyszewa i Markowa.
• Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń określonych przez dwuwymiarowe zmienne losowe dyskretne i ciągłe. Wyznaczanie rozkładów brzegowych, rozkładów warunkowych oraz funkcji dwuwymiarowej zmiennej losowej. Badanie niezależności zmiennych losowych. Obliczanie charakterystyk liczbowych rozkładów dwuwymiarowych. Własności dwuwymiarowego rozkładu normalnego. Wyznaczanie macierzy kowariancyjnej wektorów losowych, własności wielowymiarowego rozkładu normalnego.
• Obliczanie warunkowej wartości oczekiwanej, w szczególności z wykorzystaniem jej własności, własności rozkładów normalnego, gamma, Poissona, dwumianowego.
Ciągi zmiennych losowych, rozpoznawanie różnych rodzajów zbieżności, m. in. z wykorzystaniem praw wielkich liczb, centralnego twierdzenia granicznego Lindeberga-Levy’ego oraz Moivre’a- Laplace’a. Przykłady zastosowań centralnego twierdzenia granicznego w statystyce.

**Metody oceny:**

• obecność obowiązkowa na zajęciach (ćwiczenia), 3 kartkówki, zadania domowe
• egzamin pisemny
• ocena końcowa na podstawie egzaminu pisemnego, za który można otrzymać maksymalnie 100 punktów - odpowiednie oceny:
dwa za 0 - 50 p., trzy za 51 – 60 p., trzy i pół za 61 – 70 p., cztery za 71 – 80 p., cztery i pół za 81 – 90 p., pięć za co najmniej 91 p.
• możliwość poprawienia (o co najwyżej ½ ) oceny z egzaminu pisemnego na egzaminie ustnym

**Egzamin:**

**Literatura:**

• Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego. J. Jakubowski, Script, Warszawa 2006
• Probabilistyka. Rachunek prawdopodobieństwa. Statystyka matematyczna. Procesy stochastyczne. A. Plucińska i E. Pluciński, WNT, Warszawa 2000 (i następne)
• Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, cz. I Rachunek prawdopodobieństwa. W. Krysicki i inni, PWN, Warszawa 2005 (i następne)

**Witryna www przedmiotu:**

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe