**Nazwa przedmiotu:**

Analiza matematyczna 1

**Koordynator przedmiotu:**

prof. dr hab. Andrzej Fryszkowski, Wydział MiNI PW

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Fizyka Techniczna

**Grupa przedmiotów:**

Obowiązkowe

**Kod przedmiotu:**

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2011/2012

**Liczba punktów ECTS:**

9

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 45h |
| Ćwiczenia:  | 60h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Materiał szkoły średniej.

**Limit liczby studentów:**

**Cel przedmiotu:**

Poznanie podstawowych ciągów zbieżnych i umiejętność obliczania granic. Rozumienie pojęcia funkcji i funkcji ciągłych, funkcje „na” i różnowartościowe. Nauczenie różniczkowania i całkowania oraz umiejętność stosowania tych pojęć. Szeregi liczbowe i w przestrzeniach Banacha.

**Treści kształcenia:**

Wykłady
Operacje na zbiorach i operacje logiczne, prawa de Morgana dla zbiorów i kwantyfikatorów, relacje, funkcje jako relacje, obrazy i przeciwobrazy, funkcje różnowartościowe i „na”, produkty kartezjańskie. Liczby rzeczywiste. Liczby zespolone, postać trygonometryczna, działania na liczbach zespolonych, wzory de Moivre’a, równania w liczbach zespolonych. Przestrzenie unormowane i metryczne, zbieżność w przestrzeni unormowanej i metrycznej, granice ciągów rzeczywistych i zespolonych, własności ciągów zbieżnych, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa, granice niewłaściwe. Podstawowe rzeczywiste ciągi zbieżne, liczba e, warunek Cauchy’ego zbieżności ciągu, zupełność przestrzeni metrycznej. Granica funkcji, zbiory otwarte i domknięte, wnętrze i domknięcie zbioru. Ciągłość funkcji, własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych, jednostajna ciągłość, twierdzenie Weierstrassa i twierdzenie Heinego. Szeregi w rzeczywiste i zespolone, warunek konieczny zbieżności szeregu, warunek Cauchy’ego zbieżności, kryteria zbieżności: Dirichleta, d’Alemberta, Cauchy’ego, porównawcze. Szeregi harmoniczne. Szeregi naprzemienne, kryterium Leibniza. Ciągi funkcji ciągłych, zbieżność punktowa i jednostajna, twierdzenie o granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych. Przestrzenie Banacha. Ciągi i szeregi w przestrzeniach Banacha. Pochodna, pochodna funkcji odwrotnej, reguły różniczkowania, twierdzenia: Rolle’a, Lagrange’a, Cauchy’ego, reguła de l’Hospitala i wnioski z nich wynikające. Obliczanie różnego typu granic. Pochodne wyższych rzędów, wzór Taylora.
Całka nieoznaczona, definicje i własności, podstawowe twierdzenia dotyczące technik całkowania – całkowanie przez części i przez podstawienie, metody rekurencyjne, całkowanie funkcji wymiernych i funkcji trygonometrycznych. Całka oznaczona (Riemanna) z funkcji ograniczonej, ciąg podziałów normalnych, sumy górne i dolne Darboux, interpretacja geometryczna i fizyczna, własności całki oznaczonej, twierdzenie o wartości średniej. Całka jako funkcja granicy całkowania, I twierdzenie podstawowe rachunku całkowego, II twierdzenie podstawowe rachunku całkowego – związek z całką nieoznaczoną. Całka niewłaściwa – kryteria istnienia, całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek oznaczonych.
Ćwiczenia
Operacje na zbiorach i operacje logiczne, prawa de Morgana dla zbiorów i kwantyfikatorów, relacje, funkcje jako relacje, obrazy i przeciwobrazy, funkcje różnowartościowe i „na”, produkty kartezjańskie. Liczby rzeczywiste. Liczby zespolone, postać trygonometryczna, działania na liczbach zespolonych, wzory de Moivre’a, równania w liczbach zespolonych. Przestrzenie unormowane i metryczne, zbieżność w przestrzeni unormowanej i metrycznej, granice ciągów rzeczywistych i zespolonych, własności ciągów zbieżnych, granice niewłaściwe. Podstawowe rzeczywiste ciągi zbieżne, liczba e, warunek Cauchy’ego zbieżności ciągu, zupełność przestrzeni metrycznej.
Granica funkcji, zbiory otwarte i domknięte, wnętrze i domknięcie zbioru. Ciągłość funkcji, własności funkcji ciągłych na zbiorach zwartych, jednostajna ciągłość, twierdzenie Weierstrassa i twierdzenie Heinego.
Szeregi w rzeczywiste i zespolone, warunek konieczny zbieżności szeregu, warunek Cauchy’ego zbieżności, kryteria zbieżności: Dirichleta, d’Alemberta, Cauchy’ego, porównawcze. Szeregi harmoniczne. Szeregi naprzemienne, kryterium Leibniza.
Ciągi funkcji ciągłych, zbieżność punktowa i jednostajna, twierdzenie o granicy jednostajnie zbieżnego ciągu funkcji ciągłych. Przestrzenie Banacha. Ciągi i szeregi w przestrzeniach Banacha.
Pochodna, pochodna funkcji odwrotnej, reguły różniczkowania, twierdzenia: Rolle’a, Lagrange’a, Cauchy’ego, reguła de l’Hospitala i wnioski z nich wynikające. Obliczanie różnego typu granic. Pochodne wyższych rzędów, wzór Taylora. Całka nieoznaczona, definicje i własności, podstawowe twierdzenia dotyczące technik całkowania – całkowanie przez części i przez podstawienie, metody rekurencyjne, całkowanie funkcji wymiernych i funkcji trygonometrycznych.
Całka oznaczona (Riemanna) z funkcji ograniczonej, ciąg podziałów normalnych, sumy górne i dolne Darboux, interpretacja geometryczna i fizyczna, własności całki oznaczonej, twierdzenie o wartości średniej. Całka jako funkcja granicy całkowania, I twierdzenie podstawowe rachunku całkowego, II twierdzenie podstawowe rachunku całkowego – związek z całką nieoznaczoną. Całka niewłaściwa – kryteria istnienia, całki niewłaściwe pierwszego i drugiego rodzaju. Zastosowania geometryczne i fizyczne całek oznaczonych.

**Metody oceny:**

W semestrze na ćwiczeniach można uzyskać 0-40 pkt., za egzamin pisemny 0-40 pkt, za egzamin teoretyczny 0-20 pkt. Warunkiem zaliczenia semestru jest uzyskanie co najmniej 41pkt. z ćwiczeń i egzaminu pisemnego oraz oraz 10 pkt. za egzamin teoretyczny. Skala ocen: suma punktów < 50: 2.0, 51-59: 3.0, 60-69: 3.5, 70-79: 4.0, 80-89: 4.5, 90-100: 5.0

**Egzamin:**

**Literatura:**

Krysicki W, Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II. Warszawa PWN;
Leitner R., Zarys matematyki wyższej, część I i II, Warszawa WNT;
Leitner R, Matuszewski W, Rójek Z., Zadania z matematyki wyższej, część I i II, Warszawa WNT;
Stankiewicz W., Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I, Warszawa PWN;
Gewert M., Skoczylas Z., Analiza Matematyczna 1, cz. I, II i III, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław.

**Witryna www przedmiotu:**

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe