**Nazwa przedmiotu:**

Podstawy analizy stochastycznej

**Koordynator przedmiotu:**

Prof. nzw. dr hab. Jacek Jakubowski

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia II stopnia

**Program:**

Matematyka

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

M2PAS

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2012/2013

**Liczba punktów ECTS:**

6

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

Udział w wykładzie 2x15=30 godz.
Udział w ćwiczeniach 2x15=30 godz.
Przygotowanie do wykładu 30 godz.
Przygotowanie do ćwiczeń 30 godz.
Przygotowanie do kolokwium i obecność 5 godz
Przygotowanie do egzaminu, konsultacje i obecność 10+2+3 = 15 godz.
Razem 140 godz.

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

3

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 30h |
| Ćwiczenia:  | 30h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Rachunek prawdopodobieństwa, Procesy stochastyczne.

**Limit liczby studentów:**

bez limitu

**Cel przedmiotu:**

Wprowadzenie do analizy stochastycznej: teorii całki stochastycznej oraz stochastycznych równań różniczkowych które są podstawowymi narzędziami w modelowaniu zjawisk fizyce i biologi i w finansach.

**Treści kształcenia:**

1. Martyngały - definicja i podstawowe własności.
2. Momenty stopu. Twierdzenie Dooba.
3. Rozkład Dooba. Zagadnienie optymalnego stopowania.
4. Martyngały z czasem ciągłym.
5. Martyngały lokalne.
6. Absolutna ciągłość i równoważność miar probabilistycznych. Abstrakcyjny wzór Bayesa.
7. Proces Wienera - własności trajektorii.
8. Całka Itô - definicja i podstawowe własności.
9. Wzór Itô i jego zastosowania.
10. Stochastyczne równania różniczkowe - istnienie rozwiązań dla równań o współczynnikach lipschitzowskich, jawna postać dla równań o stałych współczynnikach.
11. Twierdzenie o reprezentacji martyngałów. Twierdzenie P. Levy’ego.
12. Twierdzenie Girsanowa i jego zastosowania.

**Metody oceny:**

• Uczestnictwo w ćwiczeniach jest obowiązkowe.
• Sprawdzian w trakcie zajęć.
• Należy znać definicje, przykłady, twierdzenia i podstawowe dowody. Na ocenę bardzo dobrą należy znać wszystkie dowody.
• Ocena końcowa jest określana na podstawie egzaminu pisemnego i oceny z ćwiczeń. Aby otrzymać ocenę bardzo dobrą należy zdać egzamin ustny.
• Istnieje możliwość poprawienia oceny końcowej na egzaminie ustnym.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

[1] J. Jakubowski, R. Sztencel , Wstęp do teorii prawdopodobieństwa. SCRIPT, 2001
[2] T. Bojdecki, Martyngały z czasem dyskretnym, zarys teorii i przykłady zastosowań. Wyd. UW,
Warszawa, 1977
[3] B. Oksendal, Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications. Springer, Berlin,
Heidelberg, New York, wiele wydań.
[4] J. Jakubowski i inni, Matematyka finansowa. Instrumenty pochodne. WNT, 2003.

**Witryna www przedmiotu:**

brak

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Efekt PAS\_W\_01:**

Ma ogólną wiedzę z teorii martyngałów (Twierdzenia o zbieżności, nierówności martyngałowe)

Weryfikacja:

Egzamin część teoretyczna

**Powiązane efekty kierunkowe:** MUF\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** X2A\_W01

**Efekt PAS\_W\_02:**

Rozumie i potrafi wytłumaczyć konstrukcję całki Ito

Weryfikacja:

Egzamin część teoretyczna

**Powiązane efekty kierunkowe:** MUF\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** X2A\_W01

**Efekt PAS\_W\_03:**

Zna wzór Itô

Weryfikacja:

Egzamin część teoretyczna

**Powiązane efekty kierunkowe:** MUF\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** X2A\_W01

**Efekt PAS\_W\_04:**

Zna twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności stochastycznych równań różniczkowych i różne metody ich rozwiązywania.

Weryfikacja:

Egzamin część teoretyczna

**Powiązane efekty kierunkowe:** MUF\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** X2A\_W01

**Efekt PAS\_W\_05:**

Zna eksponentę stochastyczną.

Weryfikacja:

Egzamin część teoretyczna

**Powiązane efekty kierunkowe:** MUF\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** X2A\_W01

**Efekt PAS\_W\_06:**

Zna Twierdzenie o reprezentacji martyngałowej i Twierdzenie Girsanowa.

Weryfikacja:

Egzamin część teoretyczna

**Powiązane efekty kierunkowe:** MUF\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** X2A\_W01

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Efekt PAS\_U\_01:**

Potrafi badać zbieżność martyngałów.

Weryfikacja:

Kolokwium/Egzamin część zadaniowa

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt PAS\_U\_02:**

Potrafi zastosować wzór Itô.

Weryfikacja:

Kolokwium/Egzamin część zadaniowa

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt PAS\_U\_03:**

Potrafi korzystać z twierdzeń o istnieniu i jednoznaczność rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych.

Weryfikacja:

Kolokwium/Egzamin część zadaniowa

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

**Efekt PAS\_U\_04:**

Potrafi rozwiązywać niektóre równania stochastyczne.

Weryfikacja:

Kolokwium/Egzamin część zadaniowa

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**