**Nazwa przedmiotu:**

Analiza matematyczna II

**Koordynator przedmiotu:**

Prof. nzw. dr hab. Janina Kotus

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Informatyka

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

**Semestr nominalny:**

2 / rok ak. 2013/2014

**Liczba punktów ECTS:**

6

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1. godziny kontaktowe –90 h; w tym
a. obecność na wykładach – 45 h
b. obecność na ćwiczeniach – 45 h
2. przygotowanie do ćwiczeń – 45
3. zapoznanie się z literaturą – 10 h
4. konsultacje – 5 h
5. przygotowanie do egzaminu i obecność na egzaminie – 15 h
Łączny nakład pracy studenta wynosi 165 h co odpowiada 6 pkt. ECTS

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

1. obecność na wykładach – 45 h
2. obecność na ćwiczeniach – 45 h
3. konsultacje – 5 h
Razem 95 h, co odpowiada 4 pkt. ECTS

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład: | 45h |
| Ćwiczenia: | 45h |
| Laboratorium: | 0h |
| Projekt: | 0h |
| Lekcje komputerowe: | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Analiza matematyczna  I.  Podstawy algebry liniowej.

**Limit liczby studentów:**

Bez limitu

**Cel przedmiotu:**

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z własnościami przekształceń ciągłych przestrzeni metrycznych i unormowanych, badaniem zbieżności szeregów liczbowych i funkcyjnych, obliczaniem granic i pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych, badaniem ich ekstremów oraz liczeniem całek wielokrotnych Riemanna.
Po ukończeniu kursu studenci powinni znać własności: normy, metryki i odwzorowań zwężających w przestrzeniach metrycznych zupełnych. Powinni mieć podstawową wiedzę z zakresu szeregów potęgowych i trygonometrycznych Fouriera, rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych oraz posiadać umiejętność :
badania zbieżności szeregów liczbowych i funkcyjnych
liczenia granic i pochodnych cząstkowych funkcji wielu zmiennych
badania ekstremów funkcji wielu zmiennych
liczenia całek wielokrotnych Riemanna.

**Treści kształcenia:**

Suma całkowa, definicja całki Riemanna. Górna i dolna całka Darboux. Twierdzenia o funkcjach całkowalnych w sensie Riemanna. Własności całki Riemanna. Interpretacja geometryczna całki Riemanna. Definicja całki oznaczonej i jej własności. Twierdzenie główne rachunku całkowego. Wzór Newtona-Leibniza. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie. Twierdzenie o całkowaniu przez części. Twierdzenie o wartości średnie rachunku całkowego. Wzory rekurencyjne dla pewnych całek oznaczonych. Definicja całki niewłaściwej I rodzaju, wartość główna całki. Definicja całki niewłaściwej II rodzaju. Obliczanie pól obszarów normalnych. Obliczanie długości łuku prostowalnego. Obliczanie pól i objętości brył obrotowych.
Definicja szeregu liczbowego, jego sumy częściowej i sumy szeregu. Szereg Dirichleta i szereg geometryczny. Warunek konieczny zbieżności szeregu. Kryterium porównawcze zbieżności szeregu o wyrazach nieujemnych. Szeregi o wyrazach dowolnych, zbieżność bezwzględna. Kryterium Cauchy’ego i kryterium D’Alamberta zbieżności szeregu. Szeregi naprzemienne, kryterium Leibniza, zbieżność warunkowa. Zamiana kolejności sumowania w szeregach. Twierdzenie Riemanna.
Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcyjnego. Własności ciągów jednostajnie zbieżnych. Szereg funkcyjny punktowo i jednostajnie zbieżny. Kryterium Weierstrassa. Całkowanie i różniczkowanie szeregu funkcyjnego wyraz po wyrazie.Twierdzenie Abela. Promień zbieżności szeregu potęgowego, twierdzenie Cauchy’ego-Hadamarda. Całkowanie i różniczkowanie szeregu funkcyjnego wyraz po wyrazie. Szereg Taylora i Maclaurina. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora. Rozwinięcie funkcji eksponencjalnej, sinus i cosinus w szereg Maclaurina. Wzory Eulera. Szereg trygonometryczny Fouriera. Warunki Dirichleta. Twierdzenie Dirichleta. Rozwijanie funkcji w szereg sinusów i cosinów.
Definicja metryki. Przykłady różnych metryk. Definicje kuli, sfery, odległość punktu od zbioru. Zbieżność w przestrzeniach metrycznych. Zupełność.
Iloczyn skalarny. Ortogonalność. Definicja normy i jej własności. Twierdzenie Banacha o punkcie o punkcie stałym. Metoda kolejnych przybliżeń.
Zbiory otwarte, domknięte, przestrzenie topologiczne. Zbiory gęste. Zbiory zwarte. Spójność.
Granice i ciągłość funkcji wielu zmiennych. Funkcja różniczkowalna, pochodna kierunkowa, pochodne cząstkowe, gradient funkcji. Zastosowanie różniczki do obliczeń przybliżonych. Pochodne i różniczki wyższych rzędów. Twierdzenie Schwarza. Różniczkowanie funkcji złożonej jednej i wielu zmiennych. Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych. Warunek konieczny istnienia ekstremum. Warunki wystarczające do istnienia ekstremum funkcji wielu zmiennych. Wartości największe i najmniejsze funkcji wielu zmiennych. Określenie funkcji uwikłanej wielu zmiennych. Twierdzenie o istnieniu funkcji uwikłanej. Twierdzenie o pochodnej funkcji uwikłanej. Warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji uwikłanej jednej zmiennej.
Funkcja wektorowa jednej zmiennej, ciągłość i różniczkowalność. Interpretacja geometryczna pochodnej funkcji wektorowej. Funkcja wektorowa wielu zmiennych, ciągłość i różniczkowalność. Wykresy funkcji wektorowych – opis powierzchni. Macierz Jakobiego. Jakobian przekształcenia. Współrzędne biegunowe, walcowe i sferyczne. Płat regularny i płaszczyzna styczna do płata zadanego w postaci jawnej i parametrycznej. Definicja i własności operatorów różniczkowych gradientu, diwergencji i rotacji. Określenie pól bezwirowych, bezźródłowych i potencjalnych. Wyznaczanie potencjału.
Miara Jordana w R^n. Definicja i własności całki Riemanna. Obszary normalne. Całki iterowane. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie. Całki podwójne i potrójne. Interpretacja geometryczna całki podwójnej i potrójnej.
Definicja całki krzywoliniowej niezorientowanej i jej interpretacja geometryczna. Twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej niezorientowanej na całkę oznaczoną. Definicja całki powierzchniowej niezorientowanej i jej interpretacja geometryczna. Twierdzenie o zamianie całki powierzchniowej niezorientowanej na całkę podwójną.
Definicja całki krzywoliniowej zorientowanej i jej interpretacja fizyczna. Twierdzenie o zamianie całki krzywoliniowej zorientowanej na całkę oznaczoną. Definicja całki powierzchniowej zorientowanej i jej interpretacja fizyczna . Twierdzenie o zamianie całki powierzchniowej zorientowanej na całkę podwójną. Twierdzenie Greena. Twierdzenie Stokesa. Twierdzenie Gaussa-Ostrogradzkiego.

**Metody oceny:**

Zaliczenie ćwiczeń uzyskuje się na podstawie wyników kolokwiów przeprowadzanych w czasie semestru oraz aktywności na zajęciach.  Egzamin pisemny dwuczęściowy z 
zadań i teorii. Łączną ocenę punktową przelicza się na stopnie według poniższych zasad:
b)  3.5 jeżeli uzyskali od 61 do 70  pkt.
c)  4.0 jeżeli uzyskali od 71 do 80  pkt.
d)  4.5 jeżeli uzyskali  od 81 do 90  pkt.
e)  5.0 jeżeli uzyskali powyżej 90  pkt.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

M. Gewert, Z.Skoczylas, Analiza matematyczna 2, Oficyna Wydawnicza GIS, 2008.

**Witryna www przedmiotu:**

brak

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Efekt W01:**

Zna podstawowe własności przekształceń ciągłych przestrzeni metrycznych i przestrzeni unormowanych.

Weryfikacja:

egzamin pisemny

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01

**Efekt W02:**

Zna teorię szeregów liczbowych i szeregów funkcyjnych.

Weryfikacja:

egzamin pisemny

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01

**Efekt W03:**

Zna podstawy rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych oraz jego zastosowania.

Weryfikacja:

egzamin pisemny

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01

**Efekt W04:**

Zna teorię całek wielokrotnych Riemanna i metody ich całkowania w różnych układach współrzędnych.

Weryfikacja:

egzamin pisemny

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Efekt U01:**

Potrafi badać zbieżność szeregów liczbowych bezwzględną i warunkową. Umie badać zbieżność punktową i jednostajną ciągów i szeregów funkcyjnych.

Weryfikacja:

ocena punktowa kolokwiów i aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01, K\_U02, K\_U09

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U09, T1A\_U09

**Efekt U02:**

Potrafi znajdować granice funkcji wielu zmiennych, badać ciągłość. Potrafi obliczać oraz stosować pochodne cząstkowe dowolnego rzędu, poszukiwać ekstremów lokalnych i globalnych. Potrafi stosować ekstremów lokalnych i globalnych.

Weryfikacja:

ocena punktowa kolokwiów i aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01, K\_U02, K\_U09

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U09, T1A\_U09

**Efekt U03:**

Potrafi obliczyć całkę Riemanna po obszarze normalnym, we współrzędnych kartezjańskich, biegunowych, walcowych i sferycznych.

Weryfikacja:

ocena punktowa kolokwiów i aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01, K\_U02, K\_U09

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U09, T1A\_U09

**Efekt U04:**

Umie stosować całkę podwójną i potrójną do obliczania pól powierzchni oraz objętości brył.

Weryfikacja:

ocena punktowa kolokwiów i aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01, K\_U02, K\_U09

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U09, T1A\_U09