**Nazwa przedmiotu:**

Topologia

**Koordynator przedmiotu:**

Dr hab. Danuta Kołodziejczyk, prof. PW.

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Matematyka

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

1120-MA000-LSP-0235

**Semestr nominalny:**

3 / rok ak. 2015/2016

**Liczba punktów ECTS:**

5

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1. godziny kontaktowe – 68 h; w tym
 a) obecność na wykładach – 30 h
 b) obecność na ćwiczeniach – 30 h
 c) obecność na egzaminie – 5 h
 d) konsultacje – 5 h
2. praca własna studenta – 55 h; w tym
 a) przygotowanie do ćwiczeń i do kolokwiów – 30 h
 b) zapoznanie się z literaturą – 10 h
 c) przygotowanie do egzaminu – 15 h
Razem 123 h, co odpowiada 5 pkt. ECTS

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

1. obecność na wykładach – 30 h
2. obecność na ćwiczeniach – 30 h
3. obecność na egzaminie – 3 h
4. konsultacje – 5 h
Razem 68 h, co odpowiada 3 pkt. ECTS

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 30h |
| Ćwiczenia:  | 30h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Elementy logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa z geometrią, Analiza Matematyczna – w zakresie 1 roku studiów licencjackich.

**Limit liczby studentów:**

Bez limitu

**Cel przedmiotu:**

Zapoznanie z podstawowymi pojęciami i metodami Topologii i możliwościami ich zastosowania w innych dziedzinach matematyki.

**Treści kształcenia:**

1. Wprowadzenie – Topologia jako nauka o niezmiennikach homeomorfizmów, uwagi o topologicznej klasyfikacji przestrzeni.
2. Przestrzenie metryczne. Kule, zbiory otwarte i domknięte w przestrzeniach metrycznych.
3. Przestrzenie topologiczne. Topologia indukowana przez metrykę. Porównywanie topologii. Wnętrze, domknięcie i brzeg w przestrzeniach topologicznych oraz ich własności. Zbiory gęste i brzegowe.
4. Podprzestrzeń przestrzeni topologicznej. Baza topologii, twierdzenie charakteryzacyjne. Iloczyn kartezjański przestrzeni topologicznych. Przestrzenie Hausdorffa.
5. Przekształcenia ciągłe i ich własności, równoważne charakteryzacje ciągłości. Homeomorfizmy i ich niezmienniki.
6. Przestrzenie metryczne zupełne. Zasada Banacha o kontrakcji . Tw. Cantora i Tw. Baire'a. Własność punktu stałego dla przekształceń i przestrzeni. Twierdzenie Brouwera o punkcie stałym (informacyjnie).
7. Przestrzenie zwarte i ich własności. Równoważne warunki zwartości w przestrzeniach metrycznych. Przekształcenia ciągłe przestrzeni zwartych. Tw. Tichonowa o zwartości iloczynu kartezjańskiego przestrzeni zwartych (przypadek skończony). Podzbiory zwarte przestrzeni euklidesowych - charakteryzacja. Ciągłe i różnowartościowe przekształcenie przestrzeni zwartej na przestrzeń Hausdorffa jest homeomorfizmem. Tw. Weierstrasssa. Przestrzenie ośrodkowe.
8. Przestrzenie spójne i ich własności. Przekształcenia ciągłe przestrzeni spójnych. Tw. Darboux. Łukowa spójnosć. Składowe spójnosci.
9. Przestrzenie ilorazowe. O grupie podstawowej, jednospójności i hipotezie Poincarego (informacyjnie).

**Metody oceny:**

Ćwiczenia – do zdobycia 50 pkt. – za kolokwia (za 20 i 25 pkt.) i za aktywność na zajęciach (5 pkt). Warunkiem koniecznym zaliczenia jest niezerowa aktywność i zaliczenie drugiego kolokwium (na co połowę punktów) oraz uzyskanie co najmniej połowę (25,5 punktów) z ćwiczeń łącznie. Student, który nie zaliczył ćwiczeń może zaliczać je poprzez część zadaniową egzaminu otrzymując wówczas za ćwiczenia i część zadaniową egzaminu 2x uzyskany wynik.
Egzamin pisemny 50 pkt. (zadania 20 pkt. + test 30 pkt.). Z części zadaniowej można być zwolnionym, jeśli z ćwiczeń zdobędzie się co najmniej 30,5 punktów. Wtedy za część zadaniową egzaminu otrzymuje się ilość punktów proporcjonalną do wyniku z ćwiczeń. Wstępna ocena z egzaminu jest ustalana na podstawie sumy punktów z ćwiczeń i egzaminu pisemnego (od 51pkt – 3.0, od 61pkt - 3.5, od 71pkt – 4.0, od 81pkt – 4.5, od 91pkt – 5.0). Ostateczna ocena jest ustalana na egzaminie ustnym.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1. Stanisław Betley, Józef Chaber, Elzbieta Pol i Roman Pol, Topologia (2013).
2. R. Engelking, K. Sieklucki, Geometria I Topologia, cz. II. Topologia, Warszawa, 1980.
3. O. Ya. Viro, O. A. Ivanov, N. Yu. Netsvetaev, V. M. Kharlamo, Elementary Topology Problem Textbook. (dostępna w pdf w Internecie).
4. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, Warszawa, 2004.
5. C. Kosniowski, Wprowadzenie do topologii algebraicznej, Poznań 1999.

**Witryna www przedmiotu:**

http://www.mini.pw.edu.pl/~dkolodz/www/?For\_Students:Wydz.\_Matematyki\_i\_Nauk\_Informacyjnych

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Efekt TOP\_W01 :**

Zna podstawowe pojęcia i koncepcje topologii takie jak: przestrzeń metryczna i topologiczna, zbiory otwarte i domknięte, domknięcie i wnętrze w przestrzeniach metrycznych i topologicznych, podprzestrzeń, przestrzeń Hausdorffa, baza przestrzeni topologicznej, produkt kartezjański, przestrzeń ilorazowa, Zna definicje przekształcenia ciągłego i homeomorfizmu oraz równoważne charakteryzacje ciągłości. Rozumie ideę topologicznej klasyfikacji przestrzeni.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_W12

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_W01, X1A\_W02

**Efekt TOP\_W02:**

Zna definicję zwartości przestrzeni topologicznej, przykłady i podstawowe własności zbiorów zwartych. Zna warunki równoważne zwartości w przestrzeniach metrycznych oraz charakteryzację zwartych podzbiorów przestrzeni euklidesowych. Zna własności przekształceń ciągłych określonych na przestrzeniach zwar-tych. Zna pojęcie ośrodkowości przestrzeni topologicznej.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_W12

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_W01, X1A\_W02

**Efekt TOP\_W03 :**

Zna pojęcia przestrzeni spójnej i łukowo spójnej, najprostsze własności przestrzeni spójnych oraz pojęcie składowych spójności. Zna własności przekształceń ciągłych określonych na przestrzeniach spójnych.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_W12

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_W01, X1A\_W02

**Efekt TOP\_W04 :**

Wie o możliwościach wykorzystania metod topologicznych w innych dyscyplinach matematyki

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_W12

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_W01, X1A\_W02

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Efekt TOP\_U01 :**

Potrafi rozpoznawać podstawowe własności topologiczne podzbiorów przestrzeni metrycznej i topologicznej; znajdować wnętrze, domknięcie i brzeg zbiorów w przestrzeniach metrycznych i topologicznych (ze szczególnym uwzględnieniem podzbiorów przestrzeni euklidesowych).

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_U12

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_U01, X1A\_U06, X1A\_U07

**Efekt TOP\_U02 :**

Potrafi analizować problemy matematyczne i stosować poznane twierdzenia topologiczne do wyciągania wniosków.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_U09, ML\_U10, ML\_U12

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_U01, X1A\_U02, X1A\_U01, X1A\_U02, X1A\_U01, X1A\_U06, X1A\_U07

**Efekt TOP\_U03:**

Potrafi zastosować poznane twierdzenia w innych dziedzinach matematyki (np. zasadę Banacha o kontrakcji w Analizie, a Twierdzenie Baire’a do dowodu istnienia obiektów o szczególnych własnościach).

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:**

**Powiązane efekty obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - kompetencje społeczne

**Efekt TOP\_K01:**

Rozumie potrzebę uczenia się przez całe życie.

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_KS01

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_K01

**Efekt TOP\_K02:**

Potrafi odpowiednio określić priorytety służące realizacji określonego zadania

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_KS03

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_K03

**Efekt TOP\_K03:**

Rozumie potrzebę podnoszenia kompetencji zawodowych i osobistych

Weryfikacja:

Egzamin, kolokwia, aktywność na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** ML\_KS05

**Powiązane efekty obszarowe:** X1A\_K05