**Nazwa przedmiotu:**

Analiza matematyczna 1

**Koordynator przedmiotu:**

Dr hab. Anna Dembińska, Dr Bogusława Karpińska

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Informatyka

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

1120-IN000-ISP-0001

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2017/2018

**Liczba punktów ECTS:**

6

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 45h |
| Ćwiczenia:  | 45h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Zakres wiedzy obowiązujący na maturze z matematyki w profilu rozszerzonym.

**Limit liczby studentów:**

**Cel przedmiotu:**

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z badaniem zbieżności ciągów, liczeniem granic funkcji, badaniem ciągłości funkcji, liczeniem pochodnych i całkowaniem funkcji. Po ukończeniu kursu studenci powinni znać warunki konieczne i dostateczne zbieżności ciągów, reguły obliczania granic funkcji, własności funkcji ciągłych, zasady różniczkowania funkcji, własności funkcji różniczkowalnych oraz sposoby całkowania ważnych klas funkcji. Powinni także znać zastosowania praktycznie rachunku różniczkowego i całkowego oraz posiadać umiejętność:
- definiowania funkcji i opisywania ich własności,
- rozwijania funkcji we wzór Taylora,
- badania przebiegu zmienności funkcji,
- całkowania funkcji jednej zmiennej.

**Treści kształcenia:**

Zbiory ograniczone i ich kresy. Ciągi liczbowe o wyrazach rzeczywistych. Określenie granicy ciągu. Ciągi monotoniczne i twierdzenia o ich zbieżności. Ciąg ograniczony i twierdzenie Bolzano-Weierstrassa. Rachunek granic skończonych. Porównywanie ciągów. Symbole nieoznaczone. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Symbole ‘o’ małe i ‘O’ duże.
Funkcja rzeczywista jednej zmiennej rzeczywistej. Ograniczoność, monotoniczność i bijektywność funkcji. Superpozycja funkcji i funkcja odwrotna, związek między wykresami tych funkcji. Definicja Heinego i definicja Cauchy’ego granicy funkcji. Granice niewłaściwe, twierdzenia o granicach, twierdzenie o zachowaniu nierówności w granicy, twierdzenie o trzech funkcjach. Funkcje ciągłe, twierdzenia o funkcjach ciągłych. Granice jednostronne i ciągłość jednostronna. Granice górna i dolna. Związki z granicą. Asymptota pionowa, pozioma i ukośna.
Wielomiany i funkcje pierwiastkowe. Funkcje trygonometryczne i odwrotne do nich (funkcje cyklometryczne). Wzory redukcyjne i tożsamości trygonometryczne. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne, funkcja ekponencjalna i odwrotna do niej funkcja - logarytm naturalny. Funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich.
Twierdzenie o zachowaniu znaku przez funkcję ciągłą. Własność Darboux. Twierdzenie Weierstrassa o osiąganiu kresów przez funkcję ciągłą. Jednostajna ciągłość. Twierdzenie Cantora.
Definicja pochodnej funkcji i funkcji różniczkowalnej. Pochodne jednostronne. Interpretacja geometryczna pochodnej. Twierdzenia o pochodnej sumy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji. Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej. Twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej. Wyprowadzenie wzorów na pochodne funkcji elementarnych i odwrotnych do nich. Pochodne i różniczki wyższych rzędów. Twierdzenie Rolle’a. Twierdzenie Cauchy’ego. Twierdzenie Lagrange’a i wnioski dotyczące monotoniczności funkcji. Twierdzenie Taylora (wzór Maclaurina). Przybliżanie funkcji wielomianem i błąd tego przybliżenia. Obliczanie granic za pomocą reguły de l’Hospitala. Ekstrema funkcji, warunek konieczny istnienia ekstremum. Dwa twierdzenia omawiające warunek wystarczający istnienia ekstremum. Określenie funkcji wypukłych i wklęsłych. Związek miedzy wypukłością funkcji a jej drugą pochodną. Punkty przegięcia, warunek konieczny istnienia punktu przegięcia. Badanie funkcji i jej wykres.
Definicja funkcji pierwotnej całki nieoznaczonej. Twierdzenia o funkcjach całkowalnych. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie. Twierdzenie o całkowaniu przez części. Całki rekurencyjne. Całkowanie funkcji wymiernych. Całkowanie funkcji trygonometrycznych, wykorzystywanie pewnych tożsamości trygonometrycznych, podstawienie uniwersalne. Całkowanie funkcji niewymiernych, podstawienie Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych.

**Metody oceny:**

Zbiory ograniczone i ich kresy. Ciągi liczbowe o wyrazach rzeczywistych. Określenie granicy ciągu. Ciągi monotoniczne i twierdzenia o ich zbieżności. Ciąg ograniczony i twierdzenie Bolzano-Weierstrassa. Rachunek granic skończonych. Porównywanie ciągów. Symbole nieoznaczone. Ciągi rozbieżne do nieskończoności. Symbole ‘o’ małe i ‘O’ duże.
Funkcja rzeczywista jednej zmiennej rzeczywistej. Ograniczoność, monotoniczność i bijektywność funkcji. Superpozycja funkcji i funkcja odwrotna, związek między wykresami tych funkcji. Definicja Heinego i definicja Cauchy’ego granicy funkcji. Granice niewłaściwe, twierdzenia o granicach, twierdzenie o zachowaniu nierówności w granicy, twierdzenie o trzech funkcjach. Funkcje ciągłe, twierdzenia o funkcjach ciągłych. Granice jednostronne i ciągłość jednostronna. Granice górna i dolna. Związki z granicą. Asymptota pionowa, pozioma i ukośna.
Wielomiany i funkcje pierwiastkowe. Funkcje trygonometryczne i odwrotne do nich (funkcje cyklometryczne). Wzory redukcyjne i tożsamości trygonometryczne. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne, funkcja ekponencjalna i odwrotna do niej funkcja - logarytm naturalny. Funkcje hiperboliczne i odwrotne do nich.
Twierdzenie o zachowaniu znaku przez funkcję ciągłą. Własność Darboux. Twierdzenie Weierstrassa o osiąganiu kresów przez funkcję ciągłą. Jednostajna ciągłość. Twierdzenie Cantora.
Definicja pochodnej funkcji i funkcji różniczkowalnej. Pochodne jednostronne. Interpretacja geometryczna pochodnej. Twierdzenia o pochodnej sumy, iloczynu i ilorazu dwóch funkcji. Twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej. Twierdzenie o pochodnej funkcji odwrotnej. Wyprowadzenie wzorów na pochodne funkcji elementarnych i odwrotnych do nich. Pochodne i różniczki wyższych rzędów. Twierdzenie Rolle’a. Twierdzenie Cauchy’ego. Twierdzenie Lagrange’a i wnioski dotyczące monotoniczności funkcji. Twierdzenie Taylora (wzór Maclaurina). Przybliżanie funkcji wielomianem i błąd tego przybliżenia. Obliczanie granic za pomocą reguły de l’Hospitala. Ekstrema funkcji, warunek konieczny istnienia ekstremum. Dwa twierdzenia omawiające warunek wystarczający istnienia ekstremum. Określenie funkcji wypukłych i wklęsłych. Związek miedzy wypukłością funkcji a jej drugą pochodną. Punkty przegięcia, warunek konieczny istnienia punktu przegięcia. Badanie funkcji i jej wykres.
Definicja funkcji pierwotnej całki nieoznaczonej. Twierdzenia o funkcjach całkowalnych. Twierdzenie o całkowaniu przez podstawienie. Twierdzenie o całkowaniu przez części. Całki rekurencyjne. Całkowanie funkcji wymiernych. Całkowanie funkcji trygonometrycznych, wykorzystywanie pewnych tożsamości trygonometrycznych, podstawienie uniwersalne. Całkowanie funkcji niewymiernych, podstawienie Eulera, metoda współczynników nieoznaczonych.

**Egzamin:**

**Literatura:**

1. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy, wyd. XVII, PWN, Warszawa, 2012.
2. A. Dembińska, B. Karpińska, J. Kotus, Analiza matematyczna I dla studentów informatyki, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2016.
3. K. Kuratowski, Rachunek różniczkowy i całkowy, PWN, 2007.
4. A. Birkholc, Analiza matematyczna dla nauczycieli, PWN, 1980.

**Witryna www przedmiotu:**

**Uwagi:**

## Efekty przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Efekt W01:**

Zna podstawy rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej i jego zastosowania

Weryfikacja:

Egzamin pisemny

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01

**Efekt W02:**

Zna podstawy rachunku całkowego funkcji jednej zmiennej - funkcje pierwotne, całkę Riemanna, całki niewłaściwe - oraz ich zastosowania

Weryfikacja:

Egzamin pisemny

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Efekt U01:**

Potrafi definiować funkcje i opisywać ich własności. Posługuje się pojęciem granicy funkcji. Potrafi interpretować i wyjaśniać zależności funkcyjne, ujęte w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i stosować je w zagadnieniach praktycznych

Weryfikacja:

ocena punktowa kartkówek i kolokwiów oraz aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09

**Efekt U02:**

Potrafi obliczać pochodne, zna rozwinięcia Taylora i umie je stosować. Umie wykorzystać metody rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej w poszukiwaniu ekstremów lokalnych i globalnych oraz badaniu przebiegu funkcji

Weryfikacja:

ocena punktowa kartkówek i kolokwiów oraz aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01, K\_U02, K\_U09

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U09, T1A\_U09

**Efekt U03:**

 Umie całkować funkcje korzystając z podstawowych całek, ze wzoru na całkowanie przez części i podstawienie, zna sposoby całkowania ważnych klas funkcji. Potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens pojęcia całki oraz stosować je w zagadnieniach praktycznych

Weryfikacja:

ocena punktowa kartkówek i kolokwiów oraz aktywności na zajęciach

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U01, K\_U02, K\_U09

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U09, T1A\_U09