**Nazwa przedmiotu:**

Podstawy analizy stochastycznej

**Koordynator przedmiotu:**

Prof. dr hab. Jacek Jakubowski

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia II stopnia

**Program:**

Matematyka

**Grupa przedmiotów:**

Wspólne

**Kod przedmiotu:**

1120-MAMUF-NSP-0112

**Semestr nominalny:**

2 / rok ak. 2021/2022

**Liczba punktów ECTS:**

6

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1. godziny kontaktowe – 70 h; w tym
a) obecność na wykładach – 30 h
b) obecność na ćwiczeniach – 30 h
c) obecność na egzaminie – 5 h
d) konsultacje – 5 h
2. praca własna studenta – 85 h; w tym
a) przygotowanie do ćwiczeń i do kolokwiów – 30 h
b) zapoznanie się z literaturą – 15 h
c) przygotowanie do egzaminu – 40 h
Razem 155 h, co odpowiada 6 pkt. ECTS

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

a) obecność na wykładach – 30 h
b) obecność na ćwiczeniach – 30h
c) obecność na egzaminie – 5 h
d) konsultacje – 5 h
Razem 70 h, co odpowiada 3 pkt. ECTS

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

.

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład: | 30h |
| Ćwiczenia: | 30h |
| Laboratorium: | 0h |
| Projekt: | 0h |
| Lekcje komputerowe: | 0h |

**Wymagania wstępne:**

Rachunek prawdopodobieństwa, Procesy stochastyczne.

**Limit liczby studentów:**

bez limitu

**Cel przedmiotu:**

Wprowadzenie do analizy stochastycznej: teorii całki stochastycznej oraz stochastycznych równań różniczkowych które są podstawowymi narzędziami w modelowaniu zjawisk fizyce i biologii i w finansach.

**Treści kształcenia:**

1. Martyngały - definicja i podstawowe własności.
2. Momenty stopu. Twierdzenie Dooba.
3. Rozkład Dooba. Zagadnienie optymalnego stopowania.
4. Martyngały z czasem ciągłym.
5. Martyngały lokalne.
6. Absolutna ciągłość i równoważność miar probabilistycznych. Abstrakcyjny wzór Bayesa.
7. Proces Wienera - własności trajektorii.
8. Całka Itô - definicja i podstawowe własności.
9. Wzór Itô i jego zastosowania.
10. Stochastyczne równania różniczkowe - istnienie rozwiązań dla równań o
współczynnikach lipschitzowskich, jawna postać dla równań o stałych współczynnikach.
11. Twierdzenie o reprezentacji martyngałów. Twierdzenie P. Levy’ego.
12. Twierdzenie Girsanowa i jego zastosowania.

**Metody oceny:**

Zaliczenie na podstawie egzaminu pisemnego i wyniku z ćwiczeń. Szczegóły będą podane na pierwszych zajęciach.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1. Matematyka finansowa instrumenty pochodne. Jakubowski Jacek, Palczewski Andrzej, Rutkowski Marek, Stettner Łukasz, WNT 2006.
2. Karatzas I, Shreve S. “Brownian Motion and Stochastic Calculus”, Springer

**Witryna www przedmiotu:**

brak

**Uwagi:**

.

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka PAS\_W01:**

Ma ogólną wiedzę z teorii martyngałów (Twierdzenia o zbieżności, nierówności martyngałowe)

Weryfikacja:

egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2\_W01, M2MUF\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_W02:**

Rozumie i potrafi wytłumaczyć konstrukcję całki Itô

Weryfikacja:

egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2\_W01, M2MUF\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_W03:**

Zna wzór Itô

Weryfikacja:

egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2\_W01, M2MUF\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_W04:**

Zna twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności stochastycznych równań różniczkowych i różne metody ich rozwiązywania.

Weryfikacja:

egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2\_W01, M2MUF\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_W05:**

Zna eksponentę stochastyczną.

Weryfikacja:

Egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2\_W01, M2MUF\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_W06:**

Zna Twierdzenie o reprezentacji martyngałowej i Twierdzenie Girsanowa.

Weryfikacja:

Egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2\_W01, M2MUF\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka PAS\_U01:**

Potrafi badać zbieżność martyngałów

Weryfikacja:

Kolokwium i egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2MUF\_U17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_U02:**

Potrafi zastosować wzór Itô.

Weryfikacja:

Kolokwium i egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2MUF\_U17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_U03:**

Potrafi korzystać z twierdzeń o istnieniu i jednoznaczność rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych

Weryfikacja:

Kolokwium i egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2MUF\_U17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**

**Charakterystyka PAS\_U04:**

Potrafi rozwiązywać niektóre równania stochastyczne.

Weryfikacja:

Kolokwium i egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** M2MUF\_U17

**Powiązane charakterystyki obszarowe:**