**Nazwa przedmiotu:**

Matematyka I

**Koordynator przedmiotu:**

 dr Artur Bryk, wykł., Wydział Transportu Politechniki Warszawskiej

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Transport

**Grupa przedmiotów:**

Obowiązkowe

**Kod przedmiotu:**

TR.NIK102

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2021/2022

**Liczba punktów ECTS:**

10

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

262 godziny, w tym: praca na wykładach: 36 godz., praca na ćwiczeniach: 36 godz., studiowanie literatury przedmiotu: 50 godz., samodzielne rozwiązywanie zadań: 78 godz., konsultacje: 10 godz., przygotowanie do kolokwiów: 20 godz., przygotowanie do egzaminu: 30 godz., udział w egzaminie: 2 godz.

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

3,5 pkt. ECTS (84 godziny, w tym: praca na wykładach: 36 godz., praca na ćwiczeniach: 36 godz., konsultacje: 10 godz., udział w egzaminie: 2 godz.)

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

0

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 60h |
| Ćwiczenia:  | 60h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

brak

**Limit liczby studentów:**

wykład: brak, ćwiczenia: 30 osób

**Cel przedmiotu:**

Nabycie podstawowej wiedzy z zakresu algebry, geometrii i analizy matematycznej niezbędnej w dalszym toku studiów. Wykształcenie umiejętności formułowania i rozwiązywania problemów matematycznych z zakresu wiedzy inżynierskiej.

**Treści kształcenia:**

Wykład: elementy logiki matematycznej, podstawowe działania logiczne, tautologie, funkcje zdaniowe, kwantyfikatory, elementy teorii mnogości, pojęcie zbioru, działania na zbiorach, zbiory otwarte i domknięte, iloczyn kartezjański zbiorów, relacje i funkcje, relacje równoważności i klasy abstrakcji, działania nieskończone, indukcja matematyczna, ciało liczb zespolonych, definicja liczby zespolonej i działań, sprzężenie, moduł i postać trygonometryczna liczby zespolonej, interpretacja geometryczna liczby zespolonej, wyznaczanie pierwiastka kwadratowego z liczby zespolonej, wzory Moivrea na wyznaczanie potęgi i pierwiastka liczby zespolonej, wielomiany i równania algebraiczne na ciele liczb zespolonych, zasadnicze twierdzenie algebry, pierwiastki równań algebraicznych o współczynnikach rzeczywistych, wzory Eulera, macierze i wyznaczniki, macierz jako operator liniowy, pojęcie wyznacznika i jego własności, rozwinięcie Laplace'a, zastosowanie operacji niezmienniczych dla wyznacznika do obliczania wyznaczników, działania na macierzach, pojecie macierzy odwrotnej i jej wyznaczanie, algebra macierzy, twierdzenie Cauchyego dla macierzy i jego zastosowania, pojęcie rzędu macierzy i jego wyznaczanie, układy równań liniowych, twierdzenie Cramera i wyznaczanie rozwiązania układu równań poprzez odwracanie macierzy, metoda eliminacji Gaussa,, rozwiązanie układów równań jednorodnych, twierdzenie Kroneckera-Capelliego, rozwiązywanie układów równań liniowych z parametrem, przestrzenie metryczne, definicja i przykłady, pojęcie grupy i pierścienia, przestrzenie wektorowe, definicja i przykłady, liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni, podprzestrzeń liniowa p,w, związek wymiaru podprzestrzeni liniowej p,w, z rzędem macierzy, przestrzeń euklidesowa n-wymiarowa, wektory związane i wektory swobodne, iloczyn skalarny, wektory prostopadłe i równoległe, kąt pomiędzy wektorami, rzut wektora na zadany kierunek, definicja i wyznaczanie iloczynu wektorowego, jego zastosowania w geometrii, iloczyn mieszany, pojęcie hiperpłaszczyzny, wektor, prosta i płaszczyzna w przestrzeni euklidesowej 2 i 3-wymiarowej, podstawowe własności, wyznaczenie kątów i odległości, krzywe stożkowe, definicja i własności, zastosowania w mechanice i optyce, powierzchnie stopnia drugiego, definicje i własności, analiza jednowymiarowa, ciągi i funkcje w przestrzeniach metrycznych, pojęcie granicy ciągu i funkcji, podstawowe metody wyznaczania granic, granica lewo i prawostronna funkcji, ciągłość funkcji, zbieżność jednostajna funkcji, przestrzeń funkcji ciągłych, pochodna funkcji definicja i własności, wyznaczanie pochodnej z definicji, pochodna iloczynu, ilorazu oraz złożenia funkcji, granice niewłaściwe funkcji, wyrażenia nieoznaczone i reguła de L'hospitala, ekstrema i monotoniczność funkcji, twierdzenie Rollea i Lagrange'a oraz ich zastosowania, warunki konieczny i dostateczny istnienia ekstremum, wypukłość funkcji oraz punkty przegięcia wykresu funkcji, warunki konieczny i dostateczny istnienia punktu przegięcia, badanie przebiegu zmienności funkcji, rachunek całkowy funkcji rzeczywistej jednej zmiennej, pojęcie funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej, podstawowe własności, wzory na całki podstawowych funkcji rzeczywistych, twierdzenia o całkowaniu przez części i całkowaniu przez podstawianie, zastosowania i przykłady, całkowanie funkcji wymiernych, rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste, całki prostych funkcji wymiernych, całki iterowane, całkowanie funkcji trygonometrycznych oraz złożeń funkcji wymiernych i trygonometrycznych, całkowanie funkcji niewymiernych, całkowanie funkcji logarytmiczno-wykładniczych, całka oznaczona funkcji rzeczywistej jednej zmiennej, definicja, interpretacja geometryczna i własności, zastosowania geometryczne; obliczanie pól figur, długości łuków oraz objętości i pola powierzchni brył obrotowych, zastosowania całki oznaczonej w mechanice, całka oznaczona niewłaściwa, definicja i przykłady, szeregi liczbowe, definicja szeregu liczbowego, pojęcie zbieżności szeregu i sumy szeregu, badanie zbieżności szeregu poprzez wyznaczanie jego sumy, warunek konieczny zbieżności szeregu, kryterium porównawcze, badanie zbieżności szeregu liczbowego; kryterium Dalamberta, kryterium Cauchyego, zbieżność bezwzględna, kryterium Leibniza, kryterium całkowe.
Ćwiczenia: dowodzenie podstawowych twierdzeń logiki i algebry zbiorów, wykorzystanie kwantyfikatorów do formułowania twierdzeń matematycznych, dowodzenie twierdzeń metodą indukcji matematycznej, obliczanie wyrażeń arytmetycznych w dziedzinie zespolonej, wyznaczanie postaci trygonometrycznej, potęgi naturalnej i pierwiastków liczby zespolonej, wyznaczanie pierwiastków równań algebraicznych w dziedzinie zespolonej, obliczanie wyznaczników dowolnego stopnia, wykonywanie działań na macierzach, wyznaczanie macierzy odwrotnej oraz rzędu macierzy, rozwiązywanie układów równań liniowych oraz równań liniowych z parametrami, zastosowanie wiedzy z dziedziny przestrzeni wektorowych do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej, wyznaczanie wzajemnego położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni euklidesowej, opis prostych i płaszczyzn w przestrzeni 2 i 3 wymiarowych, zastosowanie wiedzy o krzywych stożkowych do rozwiązywania zadań z planimetrii, wyznaczanie granic ciągów i funkcji, badanie ciągłości funkcji oraz obliczanie pochodnej z definicji, zastosowanie twierdzeń dotyczących pochodnych do ich wyznaczania, badanie przebiegu zmienności funkcji, wyznaczanie wartości najmniejszej i największej funkcji na przedziale, obliczanie całek nieoznaczonych przy zastosowaniu twierdzenia o całkowaniu przez części i całkowaniu przez podstawianie, obliczanie całek dla funkcji wymiernych, trygonometrycznych, niewymiernych i logarytmiczno-wykładniczych, obliczanie całek oznaczonych i zastosowanie tych całek do zagadnień w geometrii, optyce i mechanice, wyznaczanie całek niewłaściwych.

**Metody oceny:**

Wykład: egzamin pisemny, 6 zadań rachunkowych, wymagane jest rozwiązanie minimum 3 z tych zadań; Ćwiczenia: 3 kolokwia pisemne, wymagane jest uzyskanie ponad 50% punktów.

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

1) Leitner R., Zarys matematyki wyższej, część I i II, WNT, Warszawa;
2) Fichtenholz G.M., Rachunek różniczkowy i całkowy, części I, II, III, PWN, Warszawa;
3) Leitner R., Matuszewski W., Rojek Z., Zadania z matematyki wyższej, część I i II, WNT, Warszawa (podstawowy zbiór zadań);
4) Krysicki W., Włodarski L., Analiza matematyczna w zadaniach, część I i II, PWN, Warszawa;
5) Stankiewicz W., Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, część I, PWN, Warszawa.

**Witryna www przedmiotu:**

www.wt.pw.edu.pl

**Uwagi:**

O ile nie powoduje to zmian w zakresie powiązań danego modułu zajęć z kierunkowymi efektami kształcenia w treściach kształcenia mogą być wprowadzane na bieżąco zmiany związane z uwzględnieniem najnowszych osiągnięć naukowych.

## Charakterystyki przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Charakterystyka W01:**

Posiada wiedzę w zakresie algebry, w szczególności: algebry liniowej, elementów logiki i algebry abstrakcyjnej, ciała liczb zespolonych, rachunku macierzowego, układów równań liniowych

Weryfikacja:

Aktywność na zajęciach, kolokwium 1 (4 zadania, wymagane jest bezbłędne rozwiązanie 2 zadań) + egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_WG

**Charakterystyka W02:**

Posiada wiedzę w zakresie geometrii analitycznej, w szczególności: przestrzeni wektorowych, podprzestrzeni liniowych i hiperpłaszczyzn, krzywych i powierzchni stopnia drugiego

Weryfikacja:

Aktywność na zajęciach, kolokwium 2 (4 zadania, wymagane jest bezbłędne rozwiązanie 2 zadań) + egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_WG

**Charakterystyka W03:**

Posiada wiedzę w zakresie analizy matematycznej, a w szczególności rachunku różniczkowego i całkowego oraz jego zastosowań

Weryfikacja:

Aktywność na zajęciach, kolokwium 3 (4 zadania, wymagane jest bezbłędne rozwiązanie 2 zadań) + egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_W01

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_WG

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Charakterystyka U01:**

Potrafi wykonać działania na liczbach zespolonych i macierzach, rozwiązywać równania w dziedzinie zespolonej oraz rozwiązywać układy równań z wykorzystaniem macierzy

Weryfikacja:

Aktywność na zajęciach, kolokwium 1 ( 4 zadania, wymagane jest bezbłędne rozwiązanie 2 zadań) + egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_U11

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_UW, III.P6S\_UW.2.o

**Charakterystyka U02:**

Potrafi liczyć pochodną funkcji jednej zmiennej oraz zna zastosowania pochodnej

Weryfikacja:

Aktywność na zajęciach, kolokwium 2 ( 4 zadania, wymagane jest bezbłędne rozwiązanie 2 zadań) + egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_U11

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_UW, III.P6S\_UW.2.o

**Charakterystyka U03:**

Potrafi liczyć całkę z funkcji jednej zmiennej oraz zna zastosowania całek

Weryfikacja:

Aktywność na zajęciach, kolokwium 3 ( 4 zadania, wymagane jest bezbłędne rozwiązanie 2 zadań) + egzamin

**Powiązane charakterystyki kierunkowe:** Tr1A\_U11

**Powiązane charakterystyki obszarowe:** I.P6S\_UW, III.P6S\_UW.2.o