**Nazwa przedmiotu:**

Algebra liniowa w geodezji

**Koordynator przedmiotu:**

Prof. dr hab. Aleksander Brzeziński

**Status przedmiotu:**

Obowiązkowy

**Poziom kształcenia:**

Studia I stopnia

**Program:**

Geodezja i Kartografia

**Grupa przedmiotów:**

Obowiązkowe

**Kod przedmiotu:**

GK.SIK123

**Semestr nominalny:**

1 / rok ak. 2021/2022

**Liczba punktów ECTS:**

4

**Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się:**

1) Liczba godzin kontaktowych - 51, w tym:
a) obecność na wykładzie: 15 godzin
b) obecność na ćwiczeniach: 30 godzin
c) konsultacje: 4 godziny
d) egzamin 2 godziny
2) Praca własna studenta - 49, w tym:
a) rozwiązywanie zadań domowych: 14 godzin
b) utrwalenie teorii (praca z literaturą, materiałami z wykładu, przygotowanie do sprawdzianów): 15 godzin
c) przygotowanie do egzaminu: 20 godzin
razem: 100 godzin - 4 punkty ECTS

co odpowiada: 4 punktom ECTS

**Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich:**

2 punkty ECTS - liczba godzin kontaktowych - 51, w tym:
obecność na wykładzie: 15 godzin
obecność na ćwiczeniach: 30 godzin
konsultacje: 4 godziny
egzamin 2 godziny

**Język prowadzenia zajęć:**

polski

**Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym:**

2,7 punktu ECTS - liczba godzin - 68, w tym:
obecność na ćwiczeniach: 30 godzin
konsultacje: 4 godziny
rozwiązywanie zadań domowych: 14 godzin
przygotowanie do egzaminu: 20 godzin

**Formy zajęć i ich wymiar w semestrze:**

|  |  |
| --- | --- |
| Wykład:  | 15h |
| Ćwiczenia:  | 30h |
| Laboratorium:  | 0h |
| Projekt:  | 0h |
| Lekcje komputerowe:  | 0h |

**Wymagania wstępne:**

matematyka - zakres szkoły średniej

**Limit liczby studentów:**

-

**Cel przedmiotu:**

Celem przedmiotu jest zapoznanie studenta z te tymi elementami algebry liniowej, które są wykorzystywane w nauczaniu podstawowych przedmiotów geodezyjnych takich, jak rachunek wyrównawczy, opracowywanie klasycznych sieci geodezyjnych, rozwiązywanie zagadnień geodezyjnych z wykorzystaniem pomiarów GNSS, problemy nawigacyjne z wykorzystaniem filtru Kalmana.
Dodatkowo wprowadzane jest szereg bardziej zaawansowanych pojęć rachunku wyrównawczego i obszarów matematyki jak: właściwości przestrzeni wektorowej, arytmetyka liczb zespolonych, złożone operacje na wektorach i macierzach, wartości własne i wektory własne macierzy, ortogonalność oraz rozwiązywanie układów równań liniowych.

**Treści kształcenia:**

- Przestrzenie i podprzestrzenie wektorowe (liniowe), omówienie podstawowych pojęć: przestrzeń liniowa nad ciałem skalarów, aksjomaty przestrzeni, własności przestrzeni
wektorowej i przykłady, podprzestrzeń wektorowa, podprzestrzeń afiniczna, powłoka liniowa i przestrzeń liniowa rozpięta na zbiorze wektorów, liniowa niezależność
wektorów, baza i wymiar przestrzeni wektorowej, przestrzenie nieskończenie wymiarowe.
- Arytmetyka liczb zespolonych: pojęcie jednostki urojonej, moduł i argument liczby zespolonej, argument główny, część rzeczywista i urojona, liczby zespolone jako
wektory na płaszczyźnie, równość liczb zespolonych, trzy postacie liczb zespolonych - algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza, operacje na liczbach zespolonych -
sprzężenie, dodawanie i odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie i pierwiastkowanie, wzory de Moivre’a, podstawowe twierdzenie algebry z wykorzystaniem liczb
zespolonych.
- Wektory w n-wymiarach i macierze: operacje na wektorach, iloczyn skalarny i długość wektora, kąt między wektorami, nierówność Schwarza, równanie płaszczyzny i hiperpłasz-
czyzny w n-wymiarach, odległość punktu od płaszczyzny/hiperpłaszczyzny, układy równań liniowych i ich zapis macierzowy, rozwiązania układów równań liniowych, istnienie
rozwiązań i interpretacja geometryczna.
- Rozwiązywanie układu równań linowych: metoda eliminacji Gaussa i podstawienia wstecznego, pojęcie elementów głównych układu/macierzy, procedura eliminacji
wyrażona przez macierze, pojęcia macierzy rozszerzonej, macierz zamiany wierszy; reguły operacji macierzowych, podział macierzy na bloki i mnożenie blokowe, wyznaczanie iloczynu macierzy metodą “kolumny razy wiersze”, iloczyn diadyczny wektorów; macierze odwrotne, wyznaczanie macierzy odwrotnej metodą eliminacji Gaussa-Jordana; eliminacja Gaussa jako rozkład macierzy na czynniki trójkątne, zamiana układu n równań liniowych z n niewiadomymi na dwa układy trójkątne; transpozycje i permutacje, macierze symetryczne, iloczyny symetryczne, uogólnienie rozkładu A = LU na przypadek procedury eliminacji Gaussa z zamianą wierszy.
- Wyznaczniki: wzór na wyznacznik 2×2, własności wyznaczników, wartość wyznacznika a odwracalność macierzy, rozwiązanie układu równań liniowych z wykorzystaniem wzorów Cramera, rozwinięcie Laplace’a, odwrotność macierzy wyrażona przez dopełnienia algebraiczne.
- Wartości własne i wektory własne macierzy: wprowadzenie do zagadnienia własnego, wielomian charakterystyczny i poszukiwanie jego pierwiastków, suma i iloczyn
wartości własnych jako ślad i wyznacznik macierzy, przypadek pierwiastków zespolonych, wyznaczanie wektorów własnych i problem ich istnienia, wykorzystanie
wartości i wektorów własnych do diagonalizacji macierzy, macierze rzeczywiste symetryczne, macierz ortogonalna, pojęcie formy kwadratowej i dodatnia określoność macierzy.
- Ortogonalność: układy ortogonalne i ortonormalne wektorów w n-wymiarach, macierze ortogonalne, procedura ortogonalizacji Grama-Schmidta, zastosowanie procedury orto-
gonalizacji G-S do znalezienia rozkładu A = QR macierzy A wymiaru n×k,zastosowanie rozkładu A = QR do obliczenia rozwiązania układu nadokreślonego metodą najmniejszych kwadratów.

**Metody oceny:**

Warunkiem zaliczenia ćwiczeń są obecności (co najwyżej jedna może być nieusprawiedliwiona), rozwiązywanie zadań przy tablicy, znajomość bieżącego materiału z wykładu (sprawdzana niezapowiedzianymi 5-minutowymi kartkówkami), wreszcie zaliczenie dwóch godzinnych sprawdzianów cząstkowych (w połowie i pod koniec semestru, przeprowadzanych podczas ćwiczeń natomiast poprawa w dodatkowym czasie).

Egzamin obejmuje cały materiał, ocena końcowa jest średnią z ocen z ćwiczeń i z egzaminu przy nieco wyższej wadze tej pierwszej.

Oceny wpisywane są według zasady: 5,0 – pięć (4,76 – 5,0); 4,5 – cztery i pół (4,26-4,74), 4,0 –cztery (3,76-4,25), 3,5-trzy i pół (3,26-3,75), 3,0-trzy (3,0-3,25).

**Egzamin:**

tak

**Literatura:**

Strang G. and K. Borre (1997). Linear Algebra, Geodesy, and GPS, Wellesley-Cambridge Press, USA.
Bronsztejn I. N., K. A. Siemiendiajew, G. Musiol and H. M¨uhlig (2009). Nowoczesne kompendium matematyki, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
Wiśniewski Z. (2005). Rachunek wyrównawczy w geodezji, Wyd. UWM, Olsztyn.

**Witryna www przedmiotu:**

-

**Uwagi:**

brak

## Efekty przedmiotowe

### Profil ogólnoakademicki - wiedza

**Efekt GK.SIK123\_W01 :**

ma wszechstronną wiedzę z algebry liniowej oraz umiejętność interpretacji rozwiązań problemów geodezyjnych na bazie wiedzy z algebry liniowej

Weryfikacja:

sprawdziany z wykładu, egzamin

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_W01, K\_W08

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_W01, T1A\_W07, T1A\_W03

### Profil ogólnoakademicki - umiejętności

**Efekt GK.SIK123\_U01:**

 biegle posługuje się rachunkiem wektorowo – macierzowym w rozwiązywaniu zagadnień geodezyjnych takich jak – aproksymacja metodą najmniejszych kwadratów, zagadnienia sieciowe – z zastosowaniem pojęć algebry liniowej, zastosowanie rozkładów z wykorzystaniem macierzy trójkątnych, rozkładów diagonalizujących oraz związanych z procesem ortogonalizacji

Weryfikacja:

zadania domowe, praca przy tablicy, egzamin

**Powiązane efekty kierunkowe:** K\_U07

**Powiązane efekty obszarowe:** T1A\_U09, T1A\_U10